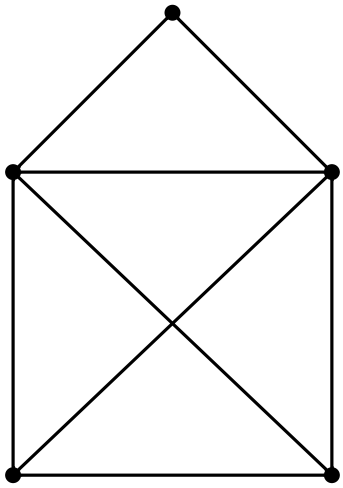
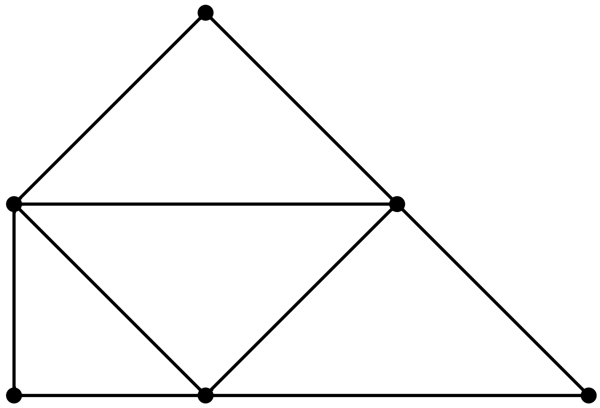
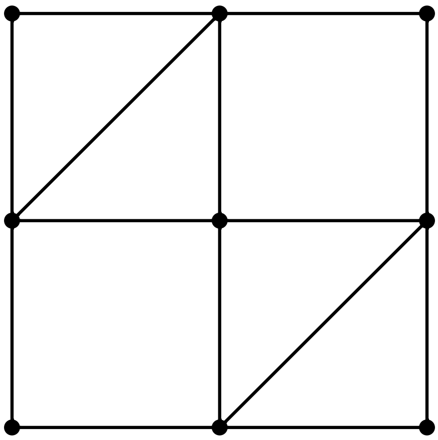
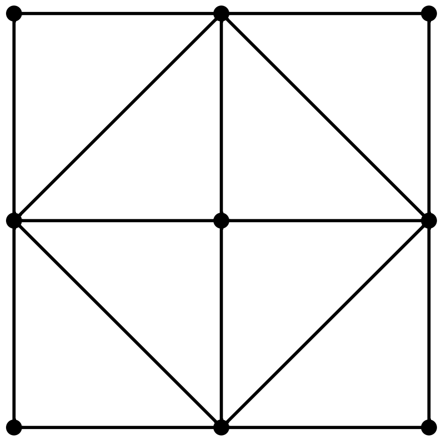
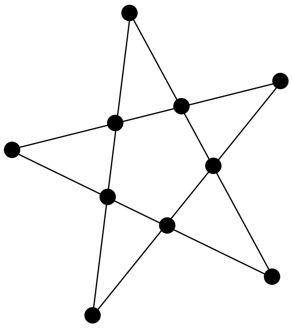
Welche der folgenden Bilder lassen sich mit einem Strich (ohne den Stift abzusetzen) zeichnen?

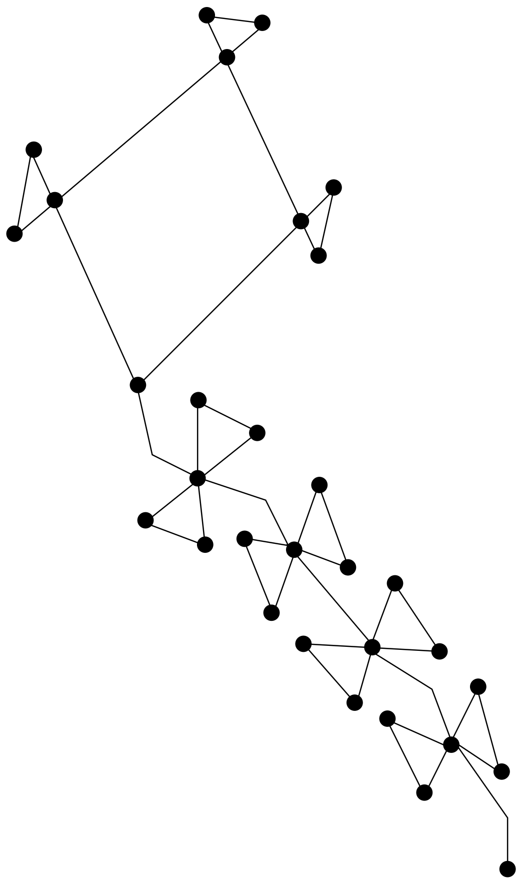


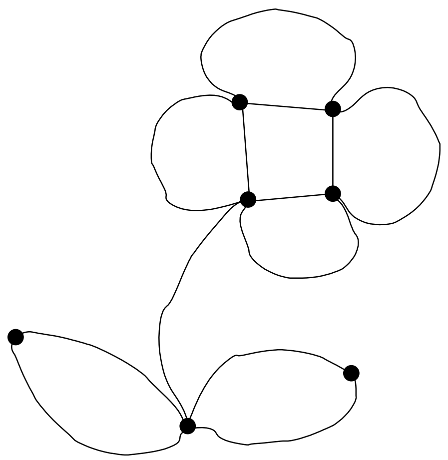


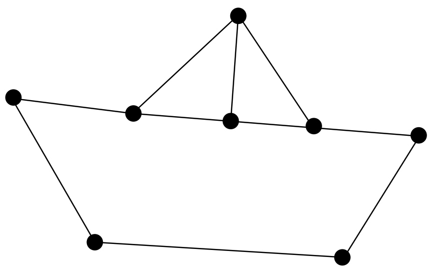




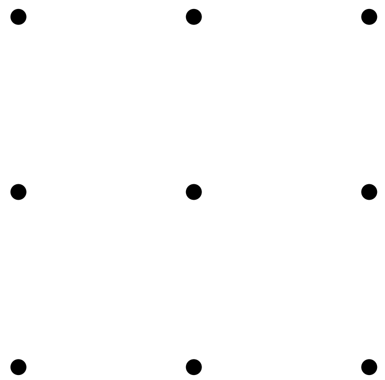


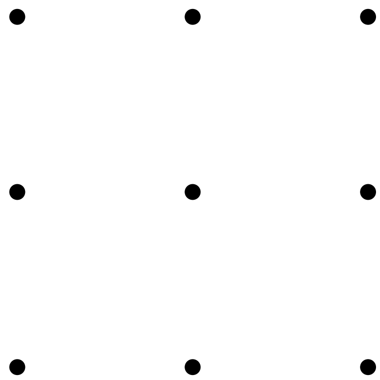




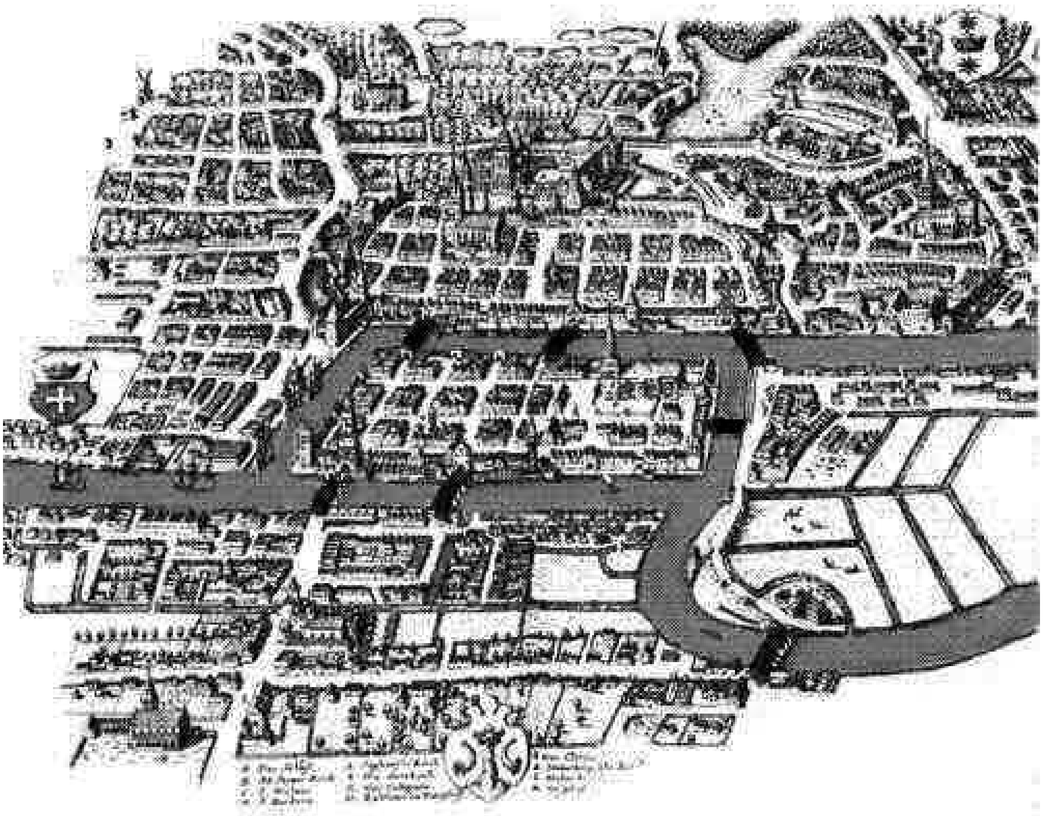


Denkt Euch selbst noch weitere Figuren aus!



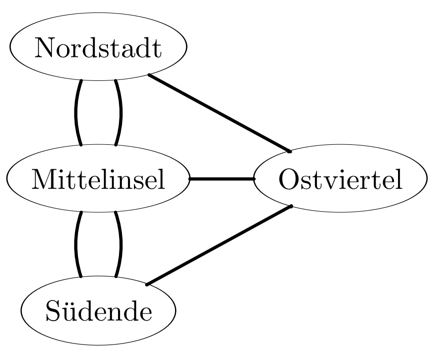


Euler in Königsberg



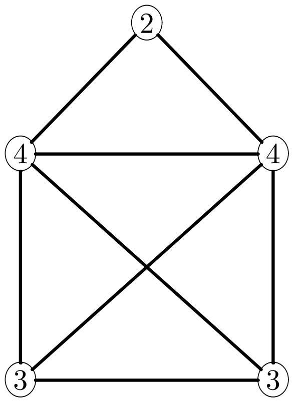
Dem Mathematiker Leonhard Euler aus Königsberg stellte sich vor 250 Jahren folgendes Problem. Er wollte herausfinden, ob es möglich sei, einen Spaziergang über die 7 Brücken seiner Stadt zu unternehmen und dabei jede Brücke nur einmal zu benutzen. Dabei erfand er einen neuen Zweig der Mathematik - die Graphentheorie.

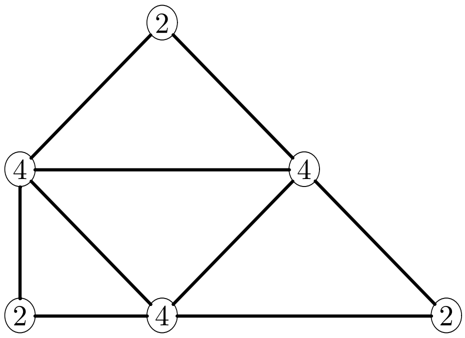
Der Königsberg-Brücken-Graph

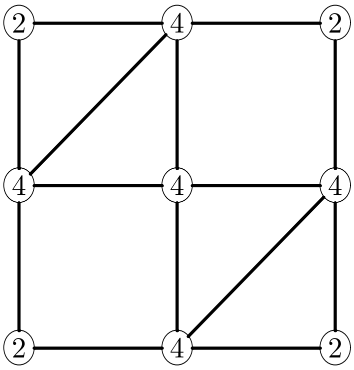


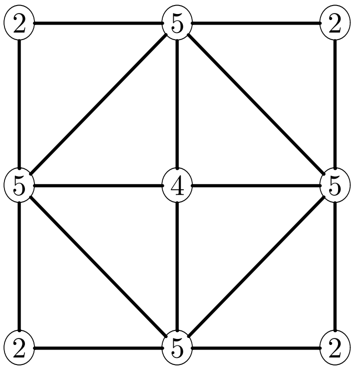
Auf dem Weg zum Beweis

Wieviele Strich-Nachbarn haben die Punkte?









... und bei Deinen eigenen Bildern?

Wie oft tauchen bei den mit einem Strich zu zeichnenden Figuren ungerade Zahlen auf?

Wir beweisen einen mathematischen Satz

Wichtige Begriffe (Definitionen)

- Ein Knotenpunkt heißt *ungerade*, wenn die Anzahl seiner Strich-Nachbarn ungerade ist.
- Ein Knotenpunkt heißt *gerade*, wenn die Anzahl seiner Strich-Nachbarn gerade ist.

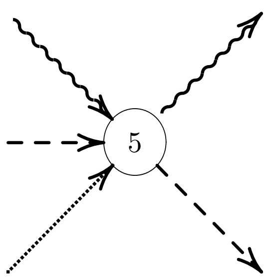
Unsere Vermutung

Jede Figur mit mehr als zwei ungeraden Knotenpunkten lässt sich nicht mit einem Strich zeichnen.

Der Beweis

... oder wieso sind ungerade Zahlen gefährlich?

- Jedes Mal, wenn man an einem Knotenpunkt ankommt, muss man von dort auch wieder weg.
- Damit werden bei jedem Knotenbesuch *zwei* Striche „verbraucht".
- Deswegen bleibt bei ungeraden Knoten immer eine ungerade Zahl nicht verbrauchter Striche.
- Am Ende bleibt bei diesen also ein Strich übrig.
- Das ist nur beim Startknoten oder beim Endknoten kein Problem.
- Bei mehr als zwei ungeraden Knotenpunkten bleibt man demzufolge stecken.



Schlussfrage: Ist die folgende Figur mit einem Strich zu zeichnen?