Fahrzeugfolgemodelle I

Christoph Berkholz
Eckart Stets

SE Verkehrssimulation und Optimierung, 29.10.2008

- Es gibt kein einheitliches „Verkehrsmodell“.
- Dafür aber viele Ansätze.
- Heute: klassische mikroskopische Fahrzeugfolgemodelle, ein stochastisches Modell und ein Warteschlangenmodell.

Grundlegende Parameter

- Zeit t
- Weg $x(t)$, $\frac{dx(t)}{dt} = v(t)$
- Geschwindigkeit $v(t) = \frac{Weg}{Zeiteinheit}$, $\frac{dv(t)}{dt} = Beschleunigung$
- Dichte $\rho = \frac{\sharp Fahrzeuge}{Wegeinheit}$
- Fluss $q = v \cdot \rho = \frac{\sharp Fahrzeuge}{Zeiteinheit}$

Das Fundamentaldiagramm

- Geschwindigkeit abhängig von der Verkehrsdichte betrachten: $V(\rho)$
- empirischer Zusammenhang: steigende Verkehrsdichte $\Rightarrow$ sinkende durchschnittliche Geschwindigkeit
- also:

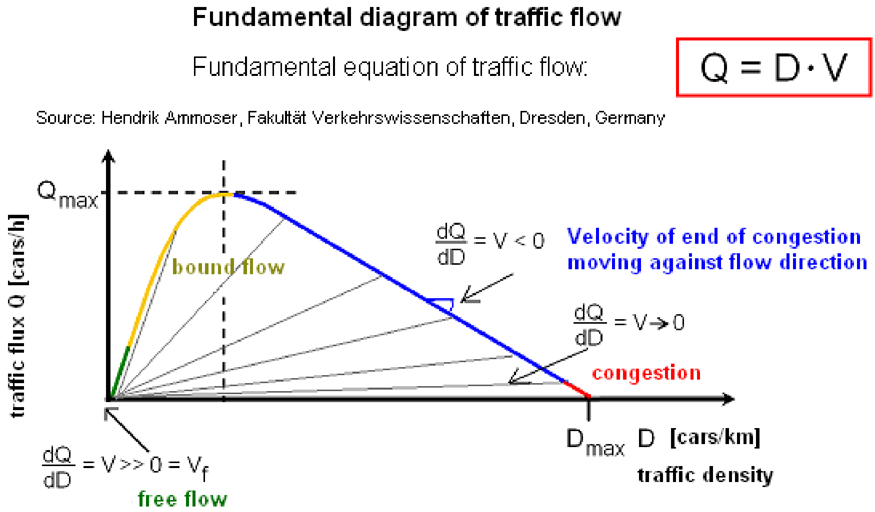
$$\frac{dV(\rho)}{d\rho} < 0 \tag{1}$$

$$V(0) = v_{max} \tag{2}$$

$$V(\rho_{max}) = 0 \tag{3}$$

- Der Fluss ist dann $Q(\rho) = V(\rho) \cdot \rho$

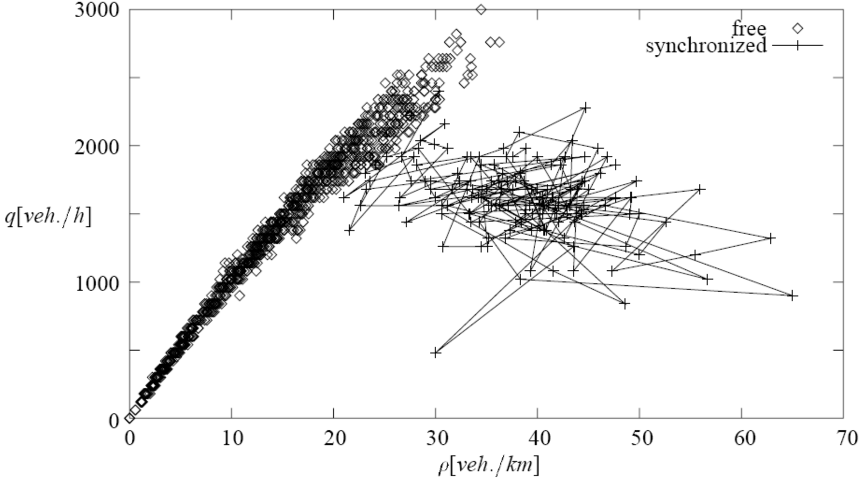
Das Fundamentaldiagramm



Stau

- Stau kann spontan entstehen.
- Stau wandert gegen den Strom.
- Die Geschwindigkeit des Stauendes hängt vom Zufluss ab.
- Die Geschwindigkeit des Stauanfangs hängt vom Abfluss ab, meist $-15km/h$.

stockender Verkehr



Allgemeines Fahrzeugfolgemodell

- $x_i(t)$, $v_i(t)$ sind Position und Geschwindigkeit des Fahrzeugs i zum Zeitpunkt t. V_{des} ist die Geschwindigkeit, die erreicht werden soll. τ ist die Zeit, in der sich die Geschwindigkeitsänderung vollziehen soll. $\frac{1}{\tau}$ wird auch als *Sensibilität* bezeichnet.
- Ziel ist es die Geschwindigkeit von jedem Fahrzeug zu berechnen. Sie ergibt sich aus der Lösung folgender Differentialgleichung:

$$\frac{dv_i(t)}{dt} = \frac{V_{des} - v_i(t)}{\tau} \tag{4}$$

- Die Fahrzeugfolgemodelle unterscheiden sich im Wesentlichen nur von der Berechnung von V_{des} und τ.

klassische Fahrzeugfolgemodelle

- Die gewünschte Geschwindigkeit ist die Geschwindigkeit des Vorgängers.

$$\frac{dv_i(t)}{dt} = \frac{v_{i+1}(t) - v_i(t)}{\tau} \tag{5}$$

- Problem: Eine stabile Lösung der DGL ist $\forall i : v_i(t) = const.$
- das modelliert aber keine Staus, Clusterings, ...

Reaktionszeit

- Um die DGL zu destabilisieren, wird eine Reaktionszeit $\hat{t}$ hinzugefügt:

$$\frac{dv_i(t)}{dt} = \frac{v_{i+1}(t-\hat{t}) - v_i(t-\hat{t})}{\tau} = \frac{\Delta^{(t-\hat{t})} v_i}{\tau} \qquad (6)$$

- Für $\frac{\hat{t}}{\tau} > \frac{1}{2}$ werden stabile Anfangswerte instabil.
- Probleme:
  - Es kommt zu Unfällen.
  - Das Fahrverhalten hängt nicht vom *Abstand* zum vorhergehenden Fahrzeug ab.

Sensibilität abhängig vom Abstand

- Die Sensibilität $\frac{1}{\tau}$ ist antiproportional zum Abstand der Fahrzeuge $x_{i+1} - x_i = \Delta^{(t-\hat{t})} x_i$. Damit ergibt sich:

$$\frac{dv_i(t)}{dt} = \alpha \frac{\Delta^{(t-\hat{t})} v_i}{\Delta^{(t-\hat{t})} x_i} \tag{7}$$

- Eine Lösung der DGL (unter Vernachlässigung der Reaktionszeit $\hat{t}$) ist:

$$v_i(t) = \alpha \ln(\Delta^{(t-\hat{t})} x_i) \tag{8}$$

$$\propto \ln(\frac{1}{\rho}) \tag{9}$$

$$\propto c \ln(\frac{\rho_{jam}}{\rho}) \tag{10}$$

Sensibilität abhängig vom Abstand

- Nach Greenberg passt diese Funktion sich sehr gut seinen empirischen Daten an.
- $v = c \ln(\frac{\rho_{jam}}{\rho})$
- $\Rightarrow q = c \ln(\frac{\rho_{jam}}{\rho})\rho$
- c ist die optimale Geschwindigkeit, die den Verkehrsfluss maximiert.
- ρ_{jam} ist die Verkehrsdichte bei Stau.

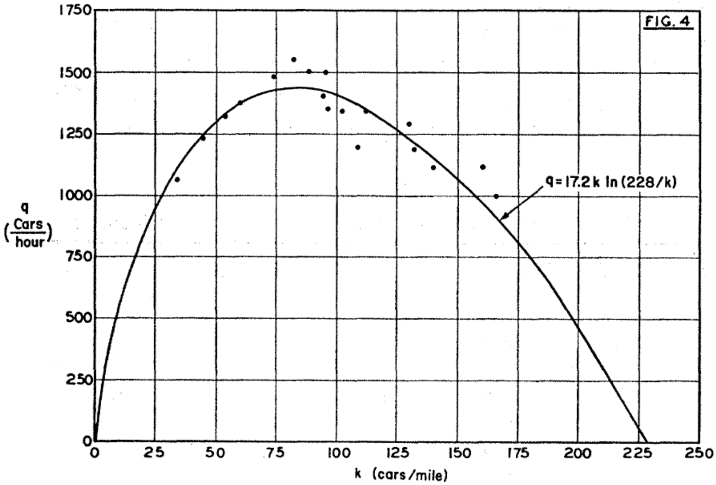


FIG. 4
q (Cars/hour)
1750
1500
1250
1000
750
500
250
0
0
25
50
75
100
125
150
175
200
225
250
k (cars/mile)
q = 17.2 k ln (228/k)

Sensibilität abhängig von der Geschwindigkeit

- Die Sensibilität $\frac{1}{\tau}$ ist proportional zur eigenen Geschwindigkeit.

$$\frac{dv_i(t)}{dt} = \alpha \frac{v_i(t-\hat{t})}{\Delta^{(t-\hat{t})} x_i} \cdot \frac{\Delta^{(t-\hat{t})} v_i}{\Delta^{(t-\hat{t})} x_i} \tag{11}$$

$$\frac{dv_i(t)}{dt} = \alpha v_i(t-\hat{t})^m \cdot \frac{\Delta^{(t-\hat{t})} v_i}{(\Delta^{(t-\hat{t})} x_i)^l} \tag{12}$$

Ein anderer Ansatz

- Die gewünschte Geschwindigkeit kann auch abhängig von der Lücke berechnet werden.

$$\frac{dv_i(t)}{dt} = \frac{V_{des}(\Delta^t x_i) - v_i(t)}{\tau} \tag{13}$$

- $V_{des}(\Delta x)$ muss für $\Delta x \rightarrow 0$ verschwinden und für $\Delta x \rightarrow \infty$ beschränkt sein.
- z.B. $V_{des}(\Delta x) = \tanh(\Delta x)$, τ konstant.

Nagel-Schreckenberg-Modell

- Boolesches Simulationsmodell
- Array, bestehend aus L Elementen
- Ein Feldelement ist entweder von einem Fahrzeug besetzt oder leer
- Ein Feld entspricht einem Streckenabschnitt
- Fahrzeuggeschwindigkeit: $\{0, 1, ..., v_{max}\}$
- Diskrete Zeit: 1 Schritt = 1 Sekunde

Update-Regeln

- Acceleration: $v(t+\Delta t) \leftarrow min\{v_{max}, v(t)+1\}$

- Slowing down:
  - Abstand zum Vordermann: g

  $v(t+\Delta t) \leftarrow min\{v(t+\Delta t), g\}$

- Randomization:

  $v(t+\Delta t) \leftarrow max\{v(t+\Delta t)-1,\ 0\}$

Update-Regeln

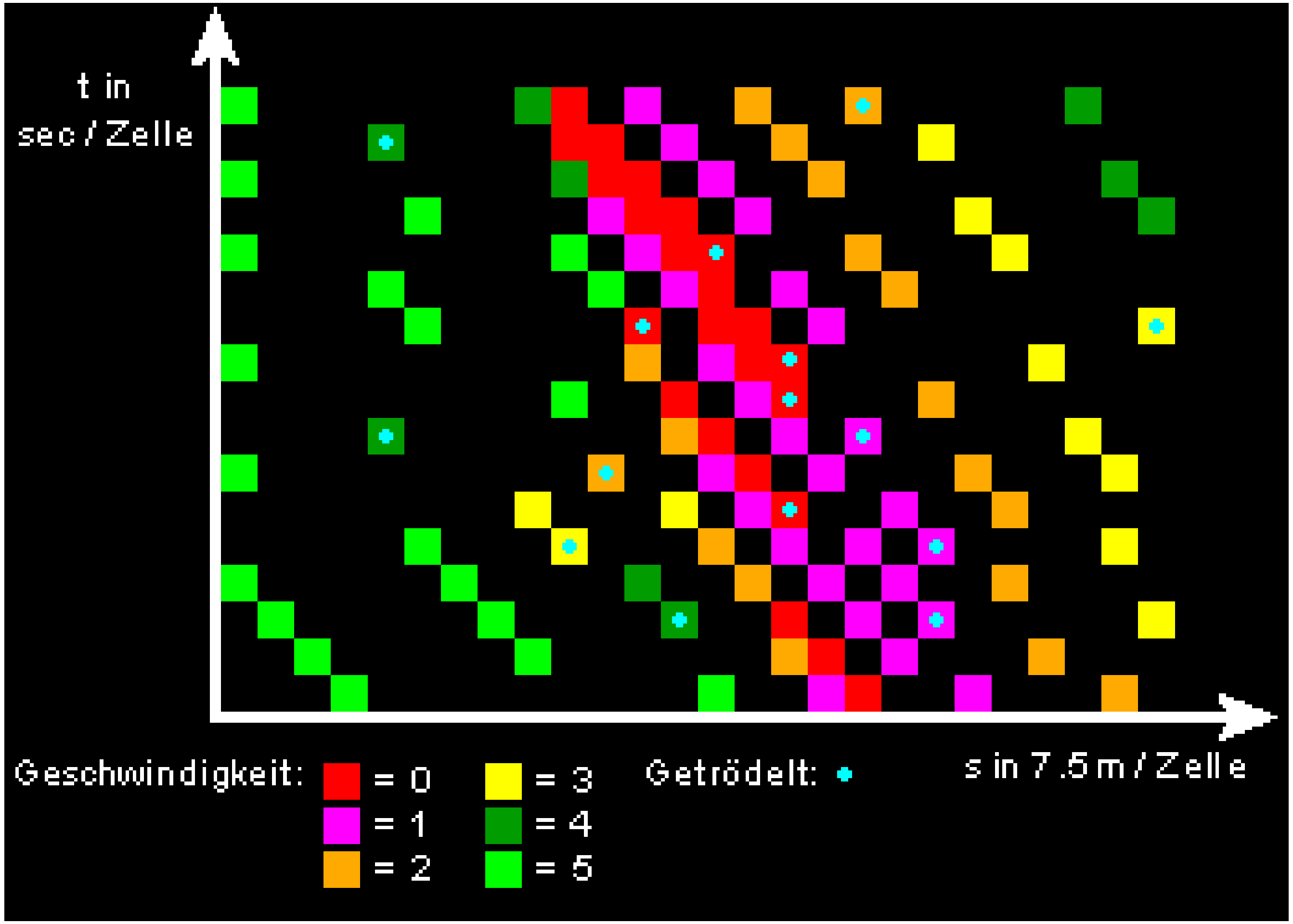
- Car Motion:
  - Jedes Fahrzeug wird mit seiner Geschwindigkeit v vorwärts bewegt

Beispiel:

- Feldlänge = 7,5 m
- Geschwindigkeit $v = 1$

  $\Rightarrow$ Fahrzeug wird 1 Feld vorwärts bewegt (entspricht: 27 km/h)

Visualisierung:



Fundamentaldiagramm

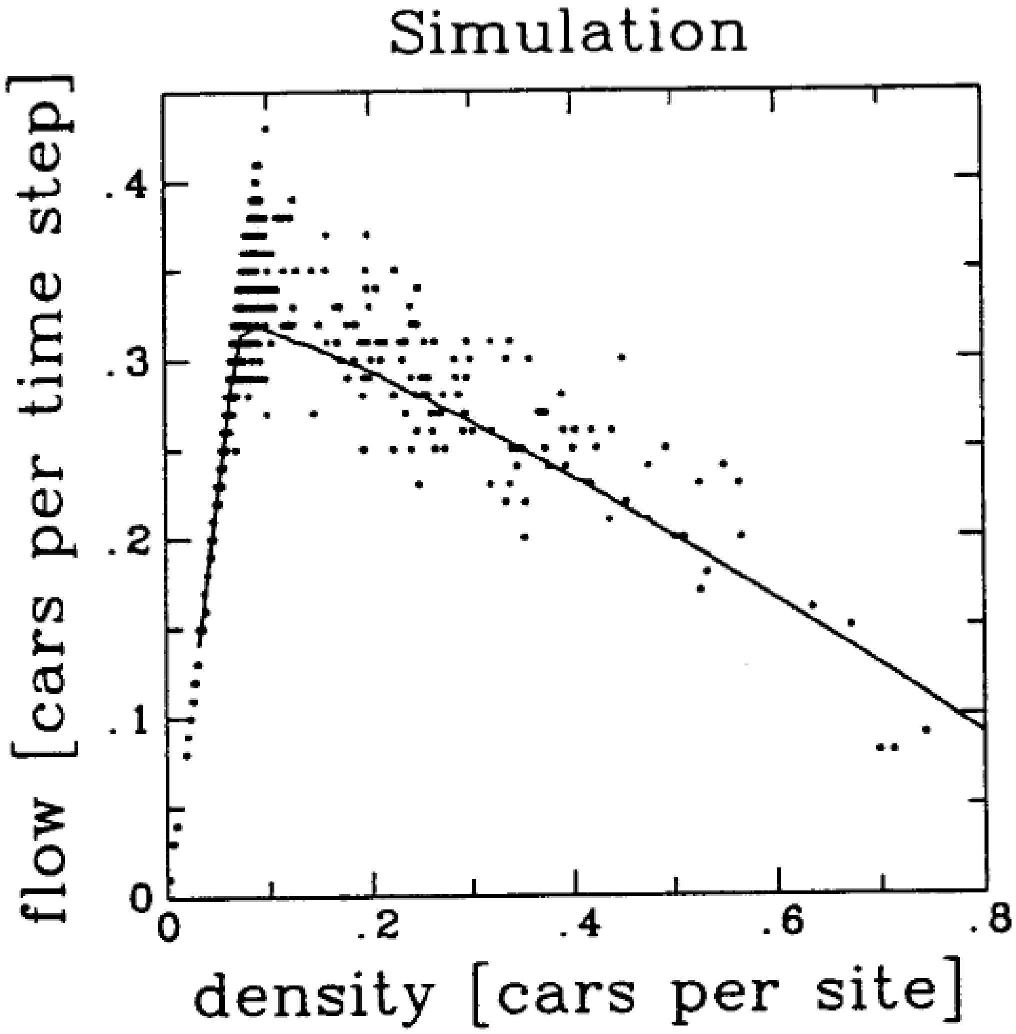
- Density on a fixed site i :

$$\bar{\rho}^T = \frac{1}{T} \sum_{t=t_0+1}^{t_0+T} n_i(t)$$

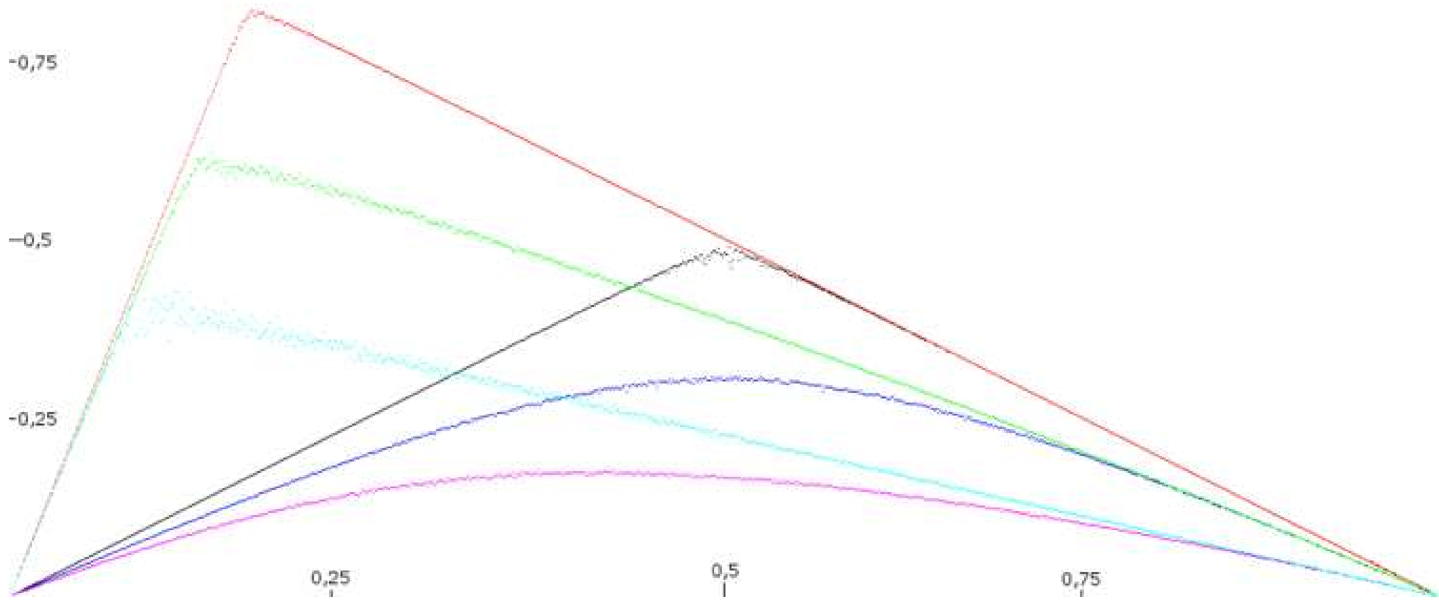
- Time-averaged flow:

$$\bar{q}^T = \frac{1}{T} \sum_{t=t_0+1}^{t_0+T} n_{i,i+1}(t)$$

Fundamentaldiagramm

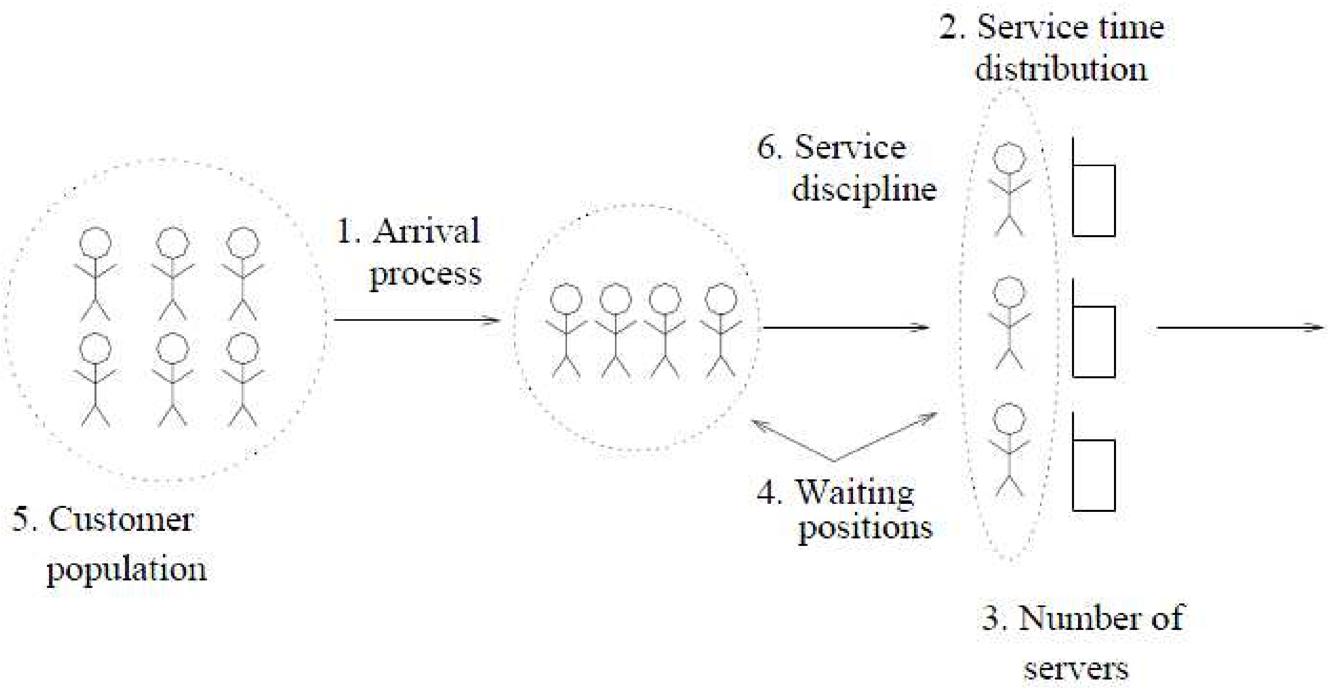


Fundamentaldiagramm



Farbe	Modell (Trödelparameter)	Maximalgeschwindigkeit
schwarz	deterministisch (p=0,0)	v=1
blau	probabilistisch (p=0,15)	v=1
magenta	VDR (p=0,15)	v=1
rot	deterministisch (p=0,0)	v=5
grün	probabilistisch (p=0,15)	v=5
cyan	VDR (p=0,15)	v=5

Warteschlangen

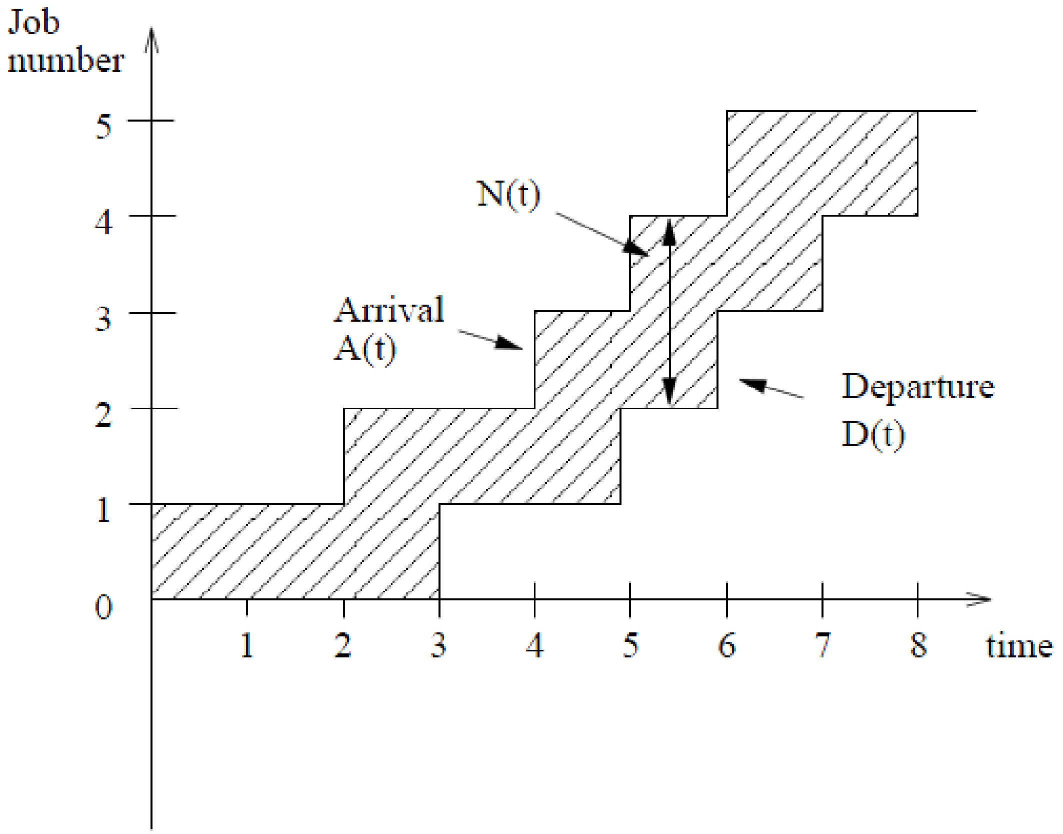


Warteschlange

- Verteilung der Ankunftszeiten
  - Kunden kommen zu den Zeiten $t_1, t_2, \ldots t_n$ an
  - "inter arrival times": $\tau_j = t_j - t_{j-1}$
  - Annahme: τ_j iid
  - üblich: τ_j exponentialverteilt

- Bedienzeit:
  - Ebenfalls üblich: iid, exponentialverteilt

Warteschlange



Warteschlangen: Parameter

- τ "inter arrival time"
- λ Mittlere Ankunftsrate $=1/E(\tau)$
- S Bedienzeit (pro Kunde)
- μ Mittlere Bedienrate $=1/E(S)$
- N Anzahl Kunden im System
- N_q Anzahl wartende Kunden
- N_S Anzahl bediente Kunden
- R Antwortzeit (Gesamtzeit im System)
- W Wartezeit (zwischen Ankunft u. Bedienung)+
- m Anzahl Bedienstationen

Wichtige Gesetze

Little's Law:

$$E(N) = \lambda \cdot E(R)$$

$$E(N_q) = \lambda \cdot E(W)$$

Stabilität:

$$\lambda < m \cdot \mu$$

Idee: Warteschlangen für Verkehrssimulationen

- Führt zu mesoskopischen Modellen
- Straße wird als Warteschlange angesehen oder als System aus mehreren Warteschlangen ("Links")
- Interessante Parameter: z.B.
  - Länge der Streckenabschnitte: $1/\rho_{jam}$
  - Fluss: $\mu = 1/\rho_{jam} \cdot v_{max}$
  - Utilization: $\eta_q = \rho/\rho_{jam}$

Quellen

- "Vehicle-based modelling of Traffic", Nils Gustaf Eissfeld, Köln: 2004.
- "A cellular automaton model for freeway traffic", Kai Nagel, Michael Schreckenberg, Köln: 1992
- "Microscopic Modeling of Traffic Flow: Investigation of Collision Free Vehicle Dynamics", Stefan Krauß: Köln 1998
- "Simulation and Modelling of Communication Systems", Katinka Wolter, Berlin: 2008
- Nagel-Schreckenberg-Modell (Wikipedia)
  URL: http://de.wikipedia.org/wiki/Nagel-Schreckenberg-Modell